第二届刘勰杯初中数学奥林匹克竞赛

2026 年 8 月 8 日，星期六

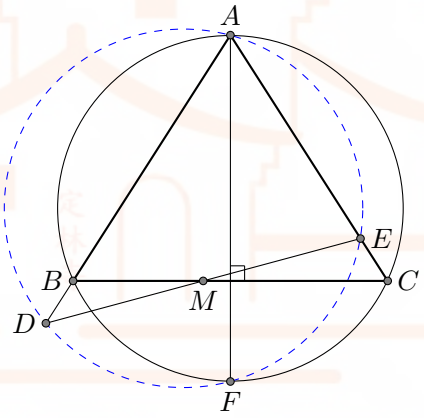
第 1 次测试

第 1 题 已知互不相等且均不等于 1 的实数 a, b, c 满足

$$\frac{a^3}{a-1}=\frac{b^3}{b-1}=\frac{c^3}{c-1}$$

求证：$a+b+c=0$.

第 2 题 给定等腰 $\triangle ABC$，其中 $AB=AC$，D、E 分别在 AB、AC 上，DE 与 BC 交于点 M，且满足 $DM=EM$，过 A 作 BC 的垂线交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 F，求证：点 F 也在 $\triangle ADE$ 外接圆上.



第 3 题 已知 $0<x,y,z<2$，求证：

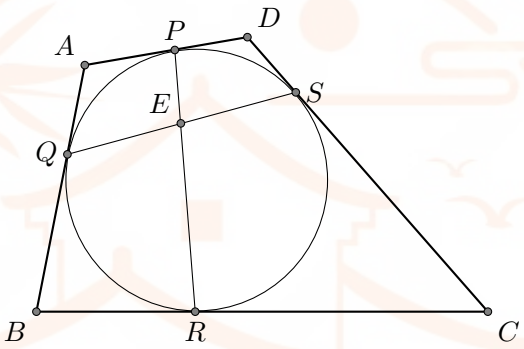
$$2(x+y+z)<4+xy+yz+zx$$

第 4 题 证明：不存在正整数 a,b,c 满足

$$a^2+b^2+c^2=3abc+1.$$

第 2 次测试

第 5 题 凸四边形 $ABCD$ 有内切圆，P、Q、R、S 为四个切点，QS 与 PR 交于点 E，求证：$\angle B+\angle D=2\angle RES$.

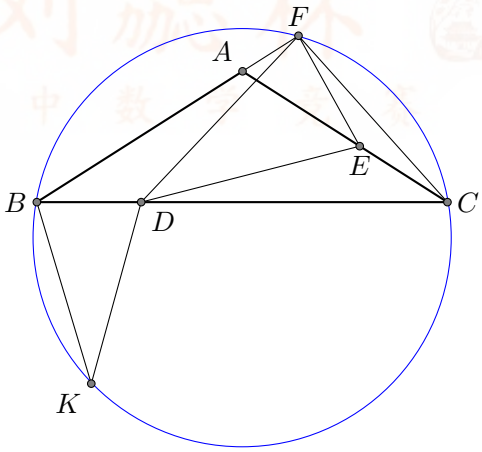


第 6 题 已知 x,y,z 为正实数且满足

$$\begin{cases} y^2=(2x+3)(2x+9) \\ z^2=x^2+6x \\ (y+z)^2=7(x+3)^2 \end{cases}$$

求 $x+y+z$ 的值.

第 7 题 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，BC 为最大边，点 D、E、F 分别在 BC、AC 及 BA 延长线上，且 $BD=CE$，$DE=DF$，CF 垂直平分线交 $\triangle BCF$ 外接圆于点 K，求证：$\triangle DEF\sim\triangle KDB$.



第 8 题 在 $n\times n$ 的方格表中，将每个小方格染为红色或蓝色. 若三个同色方格的中心恰好构成直角边与网格线平行的等腰直角三角形，则称其为“好三角形”. 求最小的正整数 n，使得无论如何染色，方格表中都一定存在好三角形.